

# ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

по дисциплине «Математика»

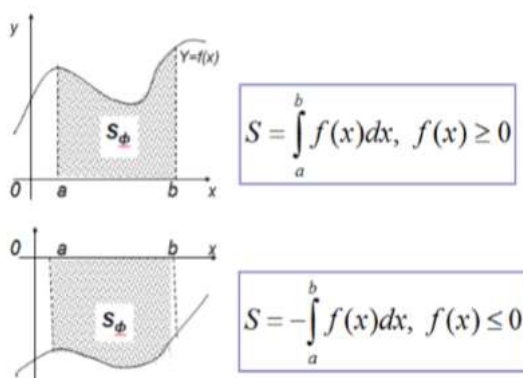
дата 20.12.2023

Новый материал (конспект в тетрадь)

Тема: «Вычисление площадей с помощью интеграла»

У определенного интеграла есть геометрический смысл. С точки зрения геометрии определенный интеграл – это ПЛОЩАДЬ некоторой фигуры.

Если  $f(x) \geq 0$  при  $x \in [a; b]$ , то



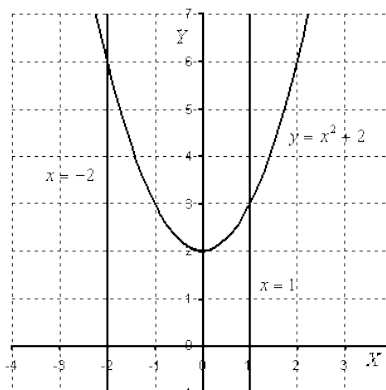
## Пример

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2 + 2$ ,  $y = 0$ ,  $x = -2$ ,  $x = 1$ .

## Решение

Первый и важнейший момент решения – **построение чертежа**. Причем, чертеж необходимо построить **ПРАВИЛЬНО**.

Выполним чертеж (обратите внимание, что уравнение  $y = 0$  задает ось  $Ox$ ):



Решение продолжается так:

На отрезке  $[-2; 1]$  график функции  $y = x^2 + 2$  расположен **над осью**  $Ox$ , поэтому:

$$S = \int_{-2}^1 (x^2 + 2) dx = \left( \frac{x^3}{3} + 2x \right) \Big|_{-2}^1 = \frac{1}{3} + 2 - \left( -\frac{8}{3} - 4 \right) = \frac{1}{3} + 2 + \frac{8}{3} + 4 = 9$$

Ответ:  $S = 9 \text{ ед}^2$

После того, как задание выполнено, всегда полезно взглянуть на чертеж и прикинуть, реальный ли получился ответ. В данном случае «на глазок» подсчитываем количество клеточек в чертеже – ну, примерно 9 наберётся, похоже на правду. Совершенно понятно, что если бы у нас получился, скажем, ответ: 20 квадратных единиц, то очевидно, что где-то допущена ошибка – в рассматриваемую фигуру 20 клеточек явно не вмещается, от силы десяток.

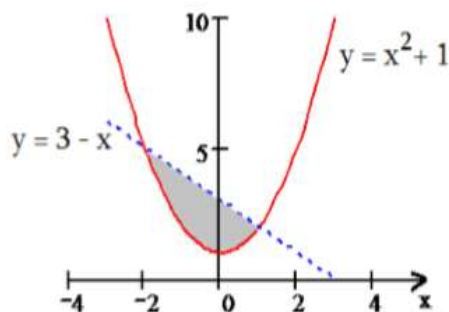
**Если ответ получился отрицательным, то задание тоже решено некорректно.**

### Пример

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y=x^2+1$  и  $x+y=3$

### Решение

На рисунке представлена фигура, площадь которой требуется найти



Найдем точки пересечения параболы и прямой для этого решим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} y = x^2 + 1 \\ y = 3 - x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x^2 + 1 \\ x^2 + x - 2 = 0 \end{cases}$$

При решении квадратного уравнения системы  $x^2 + x - 2 = 0$ , получаем два корня  $x_1 = -2$ ,  $x_2 = 1$ .

Дальше систему уравнений можно не решать, т.к. нас интересуют только абсциссы точек пересечения.

$f_1(x) = x^2 + 1$ ,  $f_2(x) = 3 - x$  (т.к. прямая лежит выше параболы в рассматриваемой области).

Теперь можно вычислить площадь фигуры:

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^1 ((3 - x) - (x^2 + 1)) dx = \int_{-2}^1 (2 - x - x^2) dx = \left( 2x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-2}^1 \\ &= \left( 2 \cdot 1 - \frac{1^2}{2} - \frac{1^3}{3} \right) - \left( 2 \cdot (-2) - \frac{(-2)^2}{2} - \frac{(-2)^3}{3} \right) = 4,5 \text{ (кв. ед)} \end{aligned}$$

Ответ: 4,5 кв.ед.

Конспект отправляем на электронную почту [oles.udalova@yandex.ru](mailto:oles.udalova@yandex.ru)